

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ
ПО КОНКУРСНОЙ ГРУППЕ «ЛФИ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В АСПИРАНТУРУ**

На вступительном испытании будут заданы вопросы по выпускной квалификационной работе и вопросы из раздела, соответствующего направлению будущей научно-исследовательской деятельности поступающего. Вопросы по выпускной квалификационной работе (магистратура или специалитет):

1. Основные положения.
2. Новизна.
3. Актуальность.

1. Квантовая механика

- 1.1. Основные положения квантовой механики. Принцип неопределенности. Принцип суперпозиции. Операторы. Дискретный и непрерывный спектры. Гамильтониан. Стационарные состояния. Гейзенберговское представление. Соотношения неопределенности.
- 1.2. Уравнение Шредингера. Основные свойства уравнения Шредингера. Одномерное движение. Одномерный осциллятор. Плотность потока. Квазиклассическая волновая функция. Прохождение через барьер.
- 1.3. Момент количества движения. Собственные функции и собственные значения момента количества движения. Четность. Сложение моментов. Разложение Клебша—Гордана.
- 1.4. Движение в центральном поле. Сферические волны. Разложение плоской волны. Радиальное уравнение Шредингера. Атом водорода.
- 1.5. Теория возмущений. Возмущения, не зависящие от времени. Периодические возмущения. Квазиклассическая теория возмущений.
- 1.6. Спин. Оператор спина. Тонкая структура атомных уровней.
- 1.7. Тождественность частиц. Симметрия при перестановке частиц. Вторичное квантование для бозонов и фермионов. Обменное взаимодействие.
- 1.8. Атом. Состояние электронов атома. Уровни энергии. Самосогласованное поле. Уравнение Томаса—Ферми. Тонкая структура томных уровней. Периодическая система Менделеева.
- 1.9. Движение в магнитном поле. Уравнение Шредингера для движения в магнитном поле. Плотность потока в магнитном поле.
- 1.10. Столкновения частиц. Общая теория. Формула Бора. Резонансное рассеяние. Столкновение тождественных частиц. Упругое рассеяние при наличии неупругих процессов. Матрица рассеяния. Формула Брейта—Вигнера.
- 1.11. Основные понятия квантовой механики. Процесс измерения и принцип дополненности. Принцип неопределенности. Принцип суперпозиции. Операторы, их сложение и умножение. Дискретный и непрерывный спектр. Операторы энергии и импульса. Гамильтониан и дифференцирование операторов по времени. Стационарные состояния. Представление операторов в виде матриц. Гейзенберговское представление. Оператор импульса. Соотношение неопределенности. Уравнение Шредингера. Основные свойства уравнения

Шредингера. Одномерное движение. Одномерный осциллятор. Плотность потока. Квазиклассическая волновая функция. Прохождение через барьер. Момент количества движения. Собственные функции и собственные значения момента количества движения. Четность. Сложение моментов. Движение в центральном поле. Сферические волны. Разложение плоской волны. Радиальное уравнение Шредингера. Теория возмущений. Возмущения, не зависящие от времени. Секулярное уравнение. Возмущения, зависящие от времени. Периодические возмущения. Спин. Оператор спина. Тождественность частиц. Принцип неразличимости. Симметрия при перестановке частиц. Обменное взаимодействие. Вторичное квантование для бозонов и фермионов. Атом. Состояние электронов в атоме. Уровни энергии. Самосогласованное поле. Уравнение Томаса-Ферми. Тонкая структура атомных уровней. Периодическая система Менделеева. Движение в магнитном поле. Уравнение Шредингера для движения в магнитном поле. Плотность потока в магнитном поле.

2. Квантовая запутанность

- 2.1. Чистые и смешанные квантовые запутанные состояния. Разложение Шмидта и очищение состояния. ЭПР состояния, Эйнштейновская локальность и скрытые переменные. Неравенство Белла. Состояния ГХЦ. Квантовые псевдотелепатические игры.
- 2.2. Протоколы квантовой коммуникации. Протокол квантовой телепортации. Протокол сверхплотного кодирования.
- 2.3. Меры квантовой запутанности. Согласованность. Свидетели запутанности. Частичный след. Негативность. Запутанность формирования и дистилляции.

3. Основы обработки квантовой информации

- 3.1. Положительные операторно-значные меры. Симметричные положительные операторно-значные меры. Информационно полные положительные операторно-значные меры.
- 3.2. Вполне положительные отображения сохраняющие след. Расширение Стайнспринга. Представление Крауса. Открытые квантовые системы
- 3.3. Квантовые энтропийные и информационные количества. Энтропия фон Неймана, квантовая условная энтропия. Относительная энтропия. Квантовая взаимная информация. Монотонность относительной энтропии. Квантовая H-теорема. Сжатие квантовой информации. Кодирование Шумахера.
- 3.4. Классическая пропускная способность квантового канала связи. Граница Холево. Передача классической информации с помощью сцепленного состояния.
- 3.5. Квантовая томография. Протоколы квантовой томографии. Информационно полные наблюдаемые. Метод максимального правдоподобия. Байесовские методы квантовой томографии. Томография квантовых процессов. Томография измерений.

4. Квантовая криптография

- 4.1. Основные протоколы квантовой криптографии. Информационно-теоретическая стойкость. Протокол одноразового блокнота.

- 4.2. Доказательство секретности протокола квантовой криптографии. Теорема о запрете квантового копирования. Эффекты конечной длины. Энтропийные соотношения неопределенности. Секретная классическая пропускная способность и когерентная информация.
- 4.3. Экспериментальная реализации протоколов квантовой криптографии. Когерентное излучение. Модель шумов. Реальные однофотонные детекторы. Метод обманных состояний. Атака со светоделителем.
- 4.4. Классическая пост-обработка в квантовой криптографии. Исправление ошибок. Оценка уровня ошибок. Усиление секретности. Информационно теоретически-стойкая аутентификация.

5. Квантовые вычисления

- 5.1. Квантовые вентили. Универсальный набор квантовых вентилях. Теорема Соловей-Китаева.
- 5.2. Обратимые квантовые вычисления. Квантовый оракул. Класс BQP.
- 5.3. Алгоритм Дойчи-Йожи. Алгоритм Бернштейна-Визирани. Алгоритм Саймона. Алгоритм Шора.
- 5.4. Алгоритм Гровера. Обобщение на алгоритм амплификации амплитуды. Алгоритм оценки амплитуды.
- 5.5. Квантовые коды, исправляющие ошибки.
- 5.6. Адиабатические квантовые вычисления. Вариационные квантовые вычисления.

Литература:

1. М. А. Нильсен, И. Чанг. Квантовые вычисления и квантовая информация. Мир 2006.
2. А. С. Холево. Квантовые системы, каналы, информация. МЦНМО 2010.
3. Дж. Прескилл. Квантовая информация и квантовые вычисления. Том 1-2. — Ижевск: РХД, 2008-2011. — 464+312 с.
4. Ф. Риле. Стандарты частоты. Принципы и приложения / Пер. с англ. —М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 512 с
5. В.И. Смирнов. Курс высшей математики, Лань, СП. 2008.
6. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Физматлит, 2001.

Дополнительная литература:

1. П.А.М. Дирак, Принципы квантовой механики. Наука, 1970.
2. А. Китаев, А. Шень, М. Вялый, Классические и квантовые вычисления. МЦНМО 1999.
3. Дж. фон Нейман, Математические основы квантовой механики. Наука 1964.
4. Л.Д. Фаддеев, О.Я. Якубовский. Лекции по квантовой механике для студентов-математиков. РХД 2001.
5. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. Квантовая механика. Мир, 1986.
6. К. Хелстром. Квантовая теория проверки гипотез и оценивания. Мир 1979.